

CARTOGRAFIA

NOTAS SÔBRE TRIANGULAÇÃO RADIAL

MAURO RICCI e UMBERTO G. CORDANI

Os professores, Mauro Ricci, até 1962 contratado para lecionar Cartografia no Departamento de Geografia da U.S.P., e Umberto G. Cordani, do Departamento de Geologia da U.S.P., ofereceram o presente trabalho ao Boletim Paulista de Geografia, à guisa de contribuição aos estudos de Cartografia que se fazem no Departamento de Geografia da U.S.P.

RESUMO

O presente artigo ilustra um procedimento expedito para contornar o obstáculo da dificuldade dos trabalhos topográficos para o estabelecimento de pontos de controle no terreno, necessários no método da triangulação radial.

Tal controle limitar-se-á a algumas determinações de distâncias e azimutes, em lugares facilmente acessíveis, e por meio de instrumentos muito simples, podendo ser executado muito rapidamente.

O procedimento é de extrema facilidade quando a região é suficientemente plana, enquanto que requer maiores cuidados quando a região é montanhosa.

ABSTRACT

This present work describes a rapid procedure that overcomes the difficulty encountered in topographic works of establishing control points on the ground to be used in radial triangulation.

Such a control is limited only to several determinations of distances and azimuths in places that are easily accessible, using uncomplicated instruments, and can be carried out very quickly.

The procedure is extremely simple when the region is fairly flat, but requires greater care when mountainous.

O PROBLEMA DOS PONTOS DE CONTRÔLE NO TERRENO

Freqüentemente acontece de desejarmos executar estudos geográficos ou geológicos de áreas que, embora estejam recobertas por vôos fotográficos verticais, sejam ainda desprovidas de cartas, ou que tais cartas, mesmo existentes, não sejam suficientemente exatas, detalhadas, atualizadas ou em escala suficientemente grande.

Apresenta-se então a necessidade de construirmos, a partir das fotografias aéreas verticais disponíveis, uma carta planimétrica sôbre a qual seja possível transferir as observações de campo. Enquanto que, será requerida de tal carta, uma suficiente precisão em relação à escala arredondada, pré-fixada, e à orientação dos vários particulares, com respeito ao Norte geográfico, poderá não ser necessário que ela apresente valor mais do que local, isto é, poderá faltar; um sistema exato de referências cartográficas (meridianos e paralelos).

O procedimento mais simples e mais empregado para tal fim, na atualidade, é o da triangulação radial gráfica que se baseia, como é sabido, no princípio de que todos os ângulos formados no centro de uma fotografia perfeitamente vertical, por meio de linhas radiais que unem tal centro a pontos imagens situados na periferia, são ângulos verdadeiros, e permanecem constantes independentemente da variação do relêvo do terreno e da escala média da foto. Este princípio conserva-se válido, com boa aproximação, mesmo que as fotos possuam uma pequena inclinação ("tilt") até um máximo de 3° (5:417) (1).

Por meio desta triangulação radial, segundo o procedimento convencional, usufruindo-se de um limitado número de *pontos de controle no terreno* (ou seja, pontos dos quais se conhece a verdadeira posição planimétrica recíproca), obtidos por meio de levantamentos topográficos normais, é possível determinar facilmente no laboratório um número arbitrário de *pontos suplementares de controle* escolhidos convenientemente sôbre as fotografias, determinando sua posição planimétrica recíproca, corrigida das distorções devidas

(1) — Os números entre parêntesis referem-se à bibliografia.

a variações na escala de cada foto individual em relação à escala pré-fixada, ao relêvo do terreno e à existência eventual de inclinação.

Infelizmente os métodos de levantamento para o estabelecimento de pontos de controle no campo não são sempre facilmente executáveis, por causa de:

- a) Necessidade de rapidez no trabalho; questões portanto de tempo.
- b) Necessidade de pessoal especialmente treinado para o uso de aparelhos topográficos tais como teodolitos, taqueômetros, etc.
- c) Existência de regiões impraticáveis em muitos pontos e ou frequentemente recobertas de cerrada vegetação, que torna problemática e mesmo impossível, a ligação topográfica no terreno entre pontos oportunamente espaçados.

Ilustra-se aqui uma solução alternativa, que contorna o obstáculo da dificuldade do estabelecimento, no terreno, de tais pontos de controle. Todos os pontos de controle necessários serão portanto obtidos somente no laboratório, limitando-se o controle no terreno a medidas de escala e de rumos executáveis muito rapidamente, com instrumentos muito simples, e em lugares que podem ser escolhidos entre os mais facilmente acessíveis.

E' necessário assinalar entretanto que, enquanto o método convencional pode-se aplicar a áreas muito extensas, (sempre que se disponha de número suficiente de pontos de controle no terreno) o procedimento descrito a seguir, para que os erros finais resultantes permaneçam dentro dos limites da tolerância, será aconselhável que seja aplicado a áreas que não superem demais, em extensão, o limite do campo topográfico (distâncias máximas, portanto, entre os limites, não superiores a 25 ou 30 km) (1:77).

Por exemplo, tendo-se à disposição fotografias de tamanho 23 cm x 23 cm, na escala média aproximada 1:25.000, possuindo recobrimento longitudinal ("*overlap*") de 60% e recobrimento lateral ("*sidelap*") de 30%, e utilizando-se três faixas adjacentes com cerca de nove fotografias cada uma, será recoberta uma superfície total de aproximadamente 350 km², área já suficientemente grande para muitos trabalhos de caráter geográfico ou geológico.

E' aconselhável, para facilitar o trabalho, que a escala arredondada escolhida para a carta que se deseja construir seja bastante próxima à escala geral das fotos.

PROCEDIMENTO PARA TERRENOS PLANOS

Determina-se, por meio de medidas efetuadas no terreno, a escala de algumas das fotografias. Para tal fim serão escolhidas fotografias que, além de representarem áreas facilmente acessíveis, sejam também convenientemente espaçadas entre si, seguindo um critério de espaçamento análogo ao empregado no método convencional, para a escolha dos pontos de controle no terreno.

Para esta determinação, será medido no terreno, com certa precisão o comprimento d_t (da ordem de grandeza de 1.000 metros, correspondentes, por exemplo, a 4 cm sobre fotos na escala média aproximada de 1:25.000), de uma linha que une dois pontos cujas imagens sejam claramente identificáveis sobre a foto escolhida; poderão ser empregados instrumentos simples como alidades ou telímetros, executando medidas parceladas das distâncias, ou mesmo, quando é suficiente uma menor exatidão na confecção da carta, o odômetro de automóvel, verificado precedentemente, fazendo o carro percorrer uma distância conhecida de vários quilômetros em estrada plana e determinando o fator de correção a ser aplicado sucessivamente às distâncias medidas (4:190).

Tal distância d_t será relacionada com a correspondente distância d_f medida sobre a fotografia (por meio de uma lupa micrométrica, de uma régua milimetrada, ou de um curvímeter, de acordo com a conveniência), e a partir da fórmula:

$$[1] \quad DE_f = \frac{d_t}{d_f}$$

obter-se-á o denominador DE_f da escala E_f da foto em questão.

Será oportuno, para obter maior precisão no cálculo do denominador da escala da foto, executar sobre a mesma fotografia duas ou mais medidas entre diversos pares de pontos, e assumir como denominador da escala da foto a média aritmética dos valores encontrados. E' aconselhável, também, escolher os vários pares de pontos

na parte central da fotografia para reduzir especialmente os efeitos da eventual inclinação.

Conhecido assim o denominador da escala da fotografia DE_f , mede-se uma das duas fotobases b (2) (com régua milimetrada, e aproximação até 0,5 mm), calculando-se a seguir a correspondente aerobase pela relação:

$$[2] \quad B = b \cdot DE_f$$

A partir do valor da aerobase B assim calculado, deduz-se o valor da fotobase b_c ajustada para a escala desejada E_c que queremos para a carta topográfica. Teremos:

$$[3] \quad b_c = \frac{B}{DE_c}$$

As operações podem ser resumidas na fórmula única:

$$[4] \quad b_c = \frac{b \cdot DE_f}{DE_c}$$

Teremos assim à disposição um segmento b_c cuja medida será suficientemente precisa porque derivante da média entre várias medidas executadas no terreno, suficientemente grande para ser facilmente manipulada na montagem, e sobretudo muito conveniente porque une dois *pontos de controle axiais* da triangulação.

Contemporaneamente às medidas para a determinação da escala, sempre sobre o terreno, será estabelecida também a orientação, com relação ao Norte geográfico, de algumas fotografias que poderão não ser as mesmas usadas para as determinações de escala.

(2) — *Fotobase* é o comprimento, na escala da fotografia, do segmento que une duas estações aéreas sucessivas de tomada das fotos; por sua vez a medida real de tal comprimento é denominada *aerobase*.

Evidentemente, para cada fotografia de uma faixa, existem duas fotobases, geralmente diferentes entre si: uma relativa à fotografia precedente e a outra relativa à sucessiva.

No caso de terreno plano, tais fotobases são representadas pelas distâncias entre o centro da fotografia em questão e os centros das duas fotografias adjacentes sobre ela transferidos.

Para estabelecer esta orientação é suficiente medir o azimute de uma reta que une dois pontos suficientemente distantes entre si e cujas imagens sejam claramente identificáveis sobre a fotografia. Tal azimute poderá ser obtido facilmente por meio de uma bússola topográfica, com a aproximação de até um grau sexagesimal. A partir desta medida será possível marcar a direção Norte sobre a fotografia, levando-se naturalmente em conta a correção para a declinação magnética local (para o Brasil, vide por exemplo a Carta Isogônica no Anuário para 1962) (2:153).

Uma vez executadas no terreno tais operações, podemos então iniciar a montagem segundo um dos métodos padrões na triangulação radial. Querendo-se aplicar, por exemplo, o "Hand Templet Method", serão, em primeiro lugar, preparados os moldes ("*templets*") transparentes, segundo o procedimento convencional. Sobre eles serão adicionadas também tôdas as direções Norte previamente determinadas.

Para iniciar a montagem serão escolhidos dois moldes relativos a duas fotografias consecutivas, cuja fotobase b_0 , comum às duas, tenha sido determinada pelo procedimento acima descrito; é conveniente que tais moldes iniciais estejam situados em uma zona o mais central possível na área recoberta pelas fotografias.

Estes dois moldes serão combinados de maneira tal que os segmentos que representam as fotobases correspondentes resultem superpostos, e que a distância entre os dois centros seja igual ao valor b_0 precedentemente calculado. Impõe-se assim, na montagem, a escala pré-fixada E_0 (3).

Enquanto que a montagem prossegue segundo o procedimento convencional, as medidas dos outros valores de foto-bases ajustadas, calculados sobre outras fotografias, servirão de controle para a sua precisão; também as diversas direções Norte marcadas sobre os moldes serão usadas como controle ulterior, pois deverão resultar paralelas, na montagem; sempre que aparecem discrepâncias, os erros de-

(3) — No caso de se querer empregar o "Slotted Templet Method" poderão ser construídas fitas de papelão resistente, com dois furos nas extremidades, espaçados de uma distância igual à da fotobase ajustada b_0 (7: 189).

verão ser distribuídos, de maneira mais ou menos uniforme em toda a área, por um ajustamento oportuno do conjunto dos moldes.

Serão assim diminuídos os erros cumulativos que surgem da limitação do método empregado.

PROCEDIMENTO PARA TERRENOS MONTANHOSOS

A complicação do método é causada pelos deslocamentos de paralaxe que aparecem nas imagens fotográficas e a existência de variações de escala dentro de uma fotografia, efeitos estes concomitantes devidos ao relevo topográfico; conseqüentemente a fotobase varia com relação a planos horizontais de cotas diferentes.

Note-se, por exemplo, as variações da escala e da fotobase relativas a dois planos P e Q com desnível de 200 m, no caso de fotografias tomadas com distância focal $f = 153$ mm: supondo-se que a escala sobre o plano P seja $E_p = 1:25.000$ e a fotobase relativa ao mesmo plano $b_p = 72$ mm, resultará para o plano Q : $E_q = 1:23.600$, e $b_q = 76.2$ mm. Verifica-se, portanto, que já nas condições do exemplo citado, existe uma variação de mais de 4 mm na fotobase, variação que não é possível desprezar.

Se for possível efetuar, sobre o terreno, medidas de distâncias d_i entre pares de pontos do mesmo nível, calcular-se-á, por meio da fórmula [1], o denominador da escala fotográfica referente ao plano horizontal sobre o qual está situado cada um dos ditos pares de pontos e medir-se-á a *fotobase ajustada a tal plano* (4). Calcular-se-á então o valor da aerobase B como média aritmética dos vários valores obtidos por meio da fórmula [2] aplicada a cada um dos planos considerados. Poder-se-á assim determinar em seguida a fo-

(4) — É oportuno lembrar aqui, que para se obter uma *fotobase ajustada* a um certo plano horizontal, montam-se as duas fotografias do par estereoscópico relativo a tal fotobase na sua posição recíproca correta da ocasião em que foram tomadas, ou seja, com as fotobases correspondentes alinhadas (método usado para a observação correta com estereoscópio), e encontra-se o valor desejado fazendo-se a diferença entre a distância entre os centros das duas fotos e a distância entre as imagens correspondentes, sobre cada uma delas, de um ponto qualquer situado sobre o plano horizontal considerado. (3:42).

tobase b_0 ajustada para a escala pré-fixada da carta, por meio da fórmula [3] e este valor será imposto na montagem com o mesmo procedimento seguido no caso de terrenos planos.

No caso em que os pontos de um par resultarem a cotas diferentes, sempre que seja possível medir a *distância horizontal* d_t entre eles no terreno, em geral teremos também que corrigir a posição da imagem fotográfica de um deles (por exemplo, do mais alto) em relação ao plano horizontal que passa pelo outro, a fim de obter a correspondente distância fotográfica d_f não distorcida pelo efeito do relêvo. Tal correção poder-se-ia efetuar (usando-se um "overlay" transparente) por meio de uma triangulação gráfica local, impondo a fotobase ajustada ao datum que passa pelo ponto mais baixo.

Uma solução alternativa, se não puderem ser efetuadas satisfatoriamente medidas de distâncias no terreno, pode ser levada a término por meio de medidas altimétricas, executadas, por exemplo, com altímetro de precisão; neste caso, determinar-se-á no terreno a diferença de altura Δh entre dois pontos e medir-se-á sobre as fotografias com estereomicrômetro, a diferença de paralaxe Δpx (5) correspondente e a fotobase b_0 relativa ao plano horizontal Z que passa pelo mais baixo dos dois pontos.

A altura de vôo H_z relativo a este plano pode então ser calculada por meio da relação:

$$[5] \quad H_z = \frac{\Delta h (b_0 + \Delta px)}{\Delta px}$$

e assim o denominador DE_π da escala relativa ao plano π é conseguido por:

(5) — Por causa de uma inclinação eventual que pode estar presente nas fotografias, será necessário, para conseguir um valor atendível, que os dois pontos possuam uma diferença de altura Δh suficientemente grande e que não sejam muito distantes entre si.

No caso, por exemplo, de fotografias na escala aproximada 1:25.000, será aconselhável um Δh da ordem de grandeza de uma centena de metros e uma distância no terreno entre os dois pontos de não mais de 500 metros.

$$[6] \quad DE_s = \frac{H\pi}{f}$$

onde f é a distância focal.

Tendo-se então a fotobase b_s e o denominador DE_s da escala relativos ao mesmo plano Z , poderemos calcular a aerobase B pela fórmula [2]. Aqui também, para maior exatidão, o procedimento pode ser repetido para diversos pares de pontos de uma mesma foto, e o valor assumido para a aerobase B será a média aritmética dos valores encontrados. Este valor de B servirá então para o cálculo da fotobase b_o ajustada para a escala pré-fixada da carta, por meio da relação [3] e o valor de b_o será imposto na montagem.

Quanto à orientação, sabe-se que, sobre uma foto, a direção de uma reta que une as imagens de dois pontos a cotas diferentes em geral, resultará alterada, devendo portanto ser corrigida.

Para dar uma noção da ordem de grandeza do erro que pode ser cometido desprezando-se esta correção, suponhamos uma fotografia com escala 1:25.000; sobre a foto, o ângulo que a direção verdadeira faz com a direção aparente entre as imagens de dois pontos com desnível relativo de 100 m distanciados de 1 km (4 cm sobre a foto), pode chegar, dependendo da posição destas imagens na foto, até 5°, valor que não pode ser desprezado para as finalidades da montagem.

As orientações deverão ser obtidas então, sempre que seja possível, a partir de determinações de azimutes entre pares de pontos que estejam situados a mesmos níveis, ou em posições tais que as retas que unem suas imagens passem próximas aos centros das fotos; nestes casos as orientações permanecerão inalteradas e verdadeiras.

Se tais condições não puderem ser satisfeitas será necessário transferir estes pares de pontos das fotografias que os contém para os moldes respectivos e traçar também para eles linhas radiais, de maneira que, durante a montagem, seja estabelecida a sua posição planimétrica exata em relação à escala pré-fixada. As direções do Norte geográfico poderão então ser marcadas sobre os vários moldes, levando-se em conta a correção para a declinação magnética

local; serão obtidos assim novos elementos para o contrôle da montagem, como no caso de terrenos planos.

NOTA

No caso de existirem cartas locais de pequenas áreas dentro da região em exame, como por exemplo mapas de detalhe de minas, represas, etc., evidentemente, tanto distâncias para o cálculo da escala, como orientações, poderão ser tiradas delas diretamente, sem que seja necessário nenhum contrôle adicional no terreno. Cuidado deve ser tomado apenas nas medidas correspondentes realizadas sobre as fotos, pois estas fotos sendo projeções centrais, apresentam deslocamentos devidos ao relêvo que fazem com que se diferenciem das cartas que são projetadas ortogonais. As maneiras de corrigir estas distorções já foram indicadas no procedimento para terrenos montanhosos.

Evidentemente, se as cartas topográficas possuírem também o retículo das coordenadas geográficas, a situação é equivalente à de possuir pontos de contrôle no terreno, e então pode ser empregado diretamente o método convencional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Verificou-se assim como é possível contornar o obstáculo dos pontos de contrôle no terreno e como, por meio de simples determinações de escala e de orientação, é possível obter dados para corrigir, ao menos em parte, os erros cumulativos que surgem da limitação do método de montagem empregados para construir uma carta orientada em escala arredondada, pré-fixada.

O principal defeito com relação ao método convencional é o de um progressivo deslocamento no sentido perpendicular às linhas de vôo, que pode aparecer quando as fotos possuem inclinação apreciável, não sendo então possível uma boa coincidência das fotobases. No entanto, se se considera que, freqüentemente, as fotografias apresentam inclinação maior do que o permitido, e que usualmente são copiadas em papel fotográfico deformável, fatos que prejudicam bastante também os métodos convencionais, segue que, em

geral, a precisão fornecida pelo procedimento apresentado pode ser considerada satisfatória.

Se, por fim, quiséssemos vincular a carta obtida às coordenadas geográficas, para lhe fazer assumir valor mais do que local, é evidente que será indispensável, como mínimo, um ponto de controle no terreno do qual se conheçam longitude e latitude. Além disso, uma campanha no terreno com alímetro de precisão fornecerá a base para transformar a carta planimétrica em carta topográfica por meio de aparelhos de restituição.

BIBLIOGRAFIA

- 1 — AIMONETTI, C. — 1945 — Lezioni di Topografia, vol. I. G. B. Paravia, Itália.
- 2 — ANUÁRIO PARA 1962 — Observatório Nacional, Rio de Janeiro.
- 3 — HEMPHILL, W. R. — 1958 — Determination of quantitative geologic data with stereometer-type instruments. U.S.G.S. Bulletin 1043-C, pp. 35-56.
- 4 — LOW, J. W. — 1952 — Plane Table Mapping. Harper & Brothers, New York.
- 5 — MANUAL OF PHOTOGRAMMETRY — 1952 — The American Society of Photogrammetry.
- 6 — SMITH, H. T. U. — 1943 — Aerial Photographs and their Applications. Appleton Century Crofts, New York.
- 7 — WOODY, F. H. and KENNEDY, H. J. — 1939 — Use of the Slotted Template Method of Radial Control in Scale Checking and Tilt Determinations. Photogr. Engin. vol. 5, n. 4, pp. 188-195.

